УДК 004.048
DOI https://doi.org/10.32838/2663-5941/2021.1-1/11

Івченко Р.А.
Криворізький національний університет

Купін А.І.
Криворізький національний університет

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ДЛЯ ВИБОРУ ОБЛАДНАННЯ АБО ДЕТАЛЕЙ НА ВИРОБНИЦТВІ

Практичні задачі системного аналізу в логістиці нерідко співвідносяться із ситуаціями, коли для знаходження оптимального рішення потрібно враховувати одночасно низку цілей, умов або критеріїв, зокрема, можливо, суперечливих (наприклад за бажання максимізувати рентабельність, якість, надійність тощо за одночасної мінімізації вартості, витрат тощо). У такому разі говорять про задачі багатокритеріальної або векторної оптимізації. Відразу ж підкреслимо, що зазначені задачі оптимізації мають таку особливість. Кожна особа, яка ухвалює рішення (далі – ОПР), може мати власний досвід у бізнесі, власну систему переваг, власне ставлення до можливих втрат/виграшів у межах приватних критеріїв. Отож, визначаючи у форматі одієї й тієї ж задачі багатокритеріальної оптимізації системи логістики або ланки ланцюга поставок найкраще або оптимальне рішення, різні ОПР можуть вибирати як оптимальні альтернативи зовсім різні рішення. У цьому немає жодної суперечності, оскільки кожен учасник ринку може і повинен уміти реалізувати саме своє ставлення до специфіки розв'язуваної задачі багатокритеріальної оптимізації і, зокрема, реалізувати свої вподобання у форматі таких задач.

Під час розв'язання відповідних задач управління в ланцюгах поставок доводиться мати справу із ситуаціями, коли знаходження оптимального рішення в межах, наприклад, аналізованого ланцюга поставок обладнання ускладнюється необхідністю одночасної оптимізації низки показників або критеріїв.

Виявлено, що деякі методи багатокритеріальної оптимізації призводять до різних результатів (оцінок), за якими вже відбувається вибір обладнання. При цьому метод за критерієм мультиплікативної згортки дає найменшу розбіжність між експериментальними і модельними значеннями обраних критеріїв оптимізації. За допомогою цього методу можна найгнучкіше виставляти оцінки критеріям. Результати роботи, можливо, будуть використані для створення експертної системи, яка буде використана для предиктивного аналізу виявлення поломок та оптимізації вибору обладнання або деталей на виробництві.

Ключові слова: *особа, яка ухвалює рішення, багатокритеріальна оптимізація, логістика, менеджер, обладнання, оцінка, критерій.*

Постанова проблеми. На сучасних великих промислових підприємствах (кількість співробітників становить тисячі осіб) велика кількість досить складного обладнання, зокрема механічного (млини, конвеєра) або електричного (електроприводи, насоси, електродвигуни і т.д.). На таких об'єктах, як правило, є служби та/або відділи головного механіка (далі – ВГМ) і відділи головного енергетика (далі – ВГЕ), які займаються обслуговуванням і ремонтами (наприклад планові й позапланові). Зважаючи на досить велику номенклатуру обладнання різного терміну служби, різноманітність і складність, а також на те, що ці агрегати випускалися в різний час, є необхідність застосування сучасних ІТ і систем управління, які спростили б проведення діагностики, ремонтів, управління технологічним процесом.

У перспективі це дозволить: знизити витрати, підвищити продуктивність підприємства, підвищити швидкість пошуку запчастин і, відповідно, оптимізувати загальний час проведення ремонтних робіт, простоїв обладнання тощо.

Дослідження методів багатокритеріальної оптимізації. Зазначена особливість заздалегідь передбачається у форматі методів багатокритеріальної оптимізації. Менеджер може реалізувати її, наприклад, задаючи конкретний критерій вибору (формалізується на основі початково заданих критеріїв, званих приватними) з урахуванням його ліній рівня. Основні підходи і методи вирішення таких задач оптимізації,

якими може користуватися менеджер, представлено в статті.

Під час розв'язання відповідних задач управління в ланцюгах поставок доводиться мати справу із ситуаціями, коли пошук оптимального рішення в межах, наприклад, аналізованого ланцюга поставок ускладнюється необхідністю одночасної оптимізації низки показників або критеріїв.

У таких ситуаціях від менеджера вимагається вміння знаходити найкращі (в межах заданої сфери обраних альтернатив) рішення. Враховуючи підкреслені вище особливості, зрозуміло, що це не просте завдання для менеджера. Знайдене оптимальне рішення має бути адаптоване до системи переваг особи, яка ухвалює рішення (далі – ОПР). Через зазначену специфіку задач оптимізації за багатьох критеріїв такі рішення також називають компромісними. Їх потрібно знаходити для будь-якого з таких випадків [1]:

1) наявні критерії в межах задачі оптимального управління в ланцюзі постачань формалізовані у вигляді конкретних критеріальних функцій, причому саме задачі управління також формалізовано як відповідну задачу багатокритеріальної оптимізації;

2) наявні критерії не вдається формалізувати у вигляді конкретних критеріальних функцій, але ОПР може задати свої переваги на основі попарного порівняння як самих критеріїв (між собою), так наявних альтернатив із позицій кожного з критеріїв.

Стосовно будь-якого із зазначених випадків є свої спеціальні методи, прийоми і підходи для знаходження оптимальних або найкращих рішень (такі рішення також називають компромісними). Щодо першого із зазначених випадків ними є методи розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації, а стосовно другого – метод аналітичної ієрархії (процеси аналітичної ієрархії), наприклад. Насамперед завданням цього розділу є можливість представлення (у короткій формі) відповідних методів і підходів на прикладах ситуацій, пов'язаних із необхідністю ухвалення оптимальних рішень за багатьох критеріїв у системах логістики під час аналізу відповідної ланки [2].

Постановка завдання. У цій статті будуть представлені основні підходи до розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації на основі так званих «прямих методів». У форматі таких підходів використовуються методи і прийоми відомості багатокритеріальних задач до розв'язання задач скалярної оптимізації. Зазначені методи називають «прямі методи», оскільки для них вид загального критерію вибору задається без усяких обґрунтувань, а його параметри («вагові» коефіцієнти) або також задаються, або «прямо» оцінюються ОПР. Із ними часто межують так звані «аксіоматичні методи», спрямовані на побудову функції корисності ОПР.

Виклад основного матеріалу дослідження.

1. Парето-оптимальні рішення

Наведемо відповідне формальне визначення. Оптимальне за Паретто рішення $\vec{x}^* \in X$ має володіти такою властивістю. У множині X допустимих альтернативних рішень не знайдеться жодного іншого рішення, перехід до якого (від $\vec{x}^*$) дозволить поліпшити показник хоча б одного з приватних критеріїв, щоб при цьому не погіршилися б показники інших приватних критеріїв. Якщо множина абсолютних рішень не є порожньою, то множина оптимальних за Парето рішень збігається з множиною абсолютних рішень.

Якщо множина альтернативних рішень є дискретною, то завдання вибору оптимального рішення за багатьма критеріями зручно представляти в табличній формі. При цьому кожну альтернативу достатньо характеризувати оцінками поточних критеріїв. За рядками таблиці представляють альтернативи $\{ X_i, i = 1,2,...,m \}$. У кожному стовпці такої таблиці вказують оцінки за конкретним приватним критерієм [3].

Наприклад, потрібно вибрати найкращий варіант організації поставок товару із семи доступних і можливих варіантів. Відповідні варіанти альтернатив позначаємо далі через A, B, C, D, E, F і G. Ці сім альтернатив складають $\{ X_i, i = 1,2,...,m \}$, причому m=7. Нехай приватні критерії в цій ситуації представлені чотирма критеріями. Цими критеріями можуть виступати, наприклад, такі. Критерій $g^{(1)}$ – мінімізація оцінки річних витрат, що зумовлюються відповідними витратами на перевезення. Критерій $g^{(2)}$ – мінімізація оцінки річних витрат, що зумовлюються відповідними витратами на зберігання. Критерій $g^{(3)}$ – мінімізація оцінки для сумарних грошових коштів, заморожених у запасах; $g^{(4)}$ – мінімізація оцінки річних витрат, що зумовлюються відповідними штрафними санкціями через зриви термінів постачання.

Показники цих приватних критеріїв у форматі заданих альтернатив уже проаналізовано й виражено в деяких зручних для ОПР грошових одиницях (таблиця 1). Уточнимо, які з альтернатив є оптимальними за Парето.

Альтернатива A домінує над альтернативою B (тому перехід від альтернативи D до альтернативи B дозволяє поліпшити показники приватних кри-

Таблиця 1

Значення приватних критеріїв

Альтернативні рішення	Значення приватних критеріїв			
	$g^{(1)}$	$g^{(2)}$	$g^{(3)}$	$g^{(4)}$
A	45	27	159	29
B	40	34	148	28
C	42	35	126	24
D	41	34	170	28
E	45	35	146	26
F	43	32	147	27
G	42	36	122	25

теріїв $g^{(1)}$ і $g^{(3)}$, не погіршивши показників решти приватних критеріїв). Тобто варіант B є свідомо кращим (за заданими приватними критеріям), ніж варіант D. Жоден менеджер ніколи в такій ситуації не вибере альтернативу D як найкращу. Вона не є оптимальною за Парето. Аналогічно альтернатива C домінує над альтернативою E. Дійсно, перехід від альтернативи E до альтернативи C дозволяє поліпшити показники приватних критеріїв $g^{(1)}$, $g^{(3)}$ і $g^{(4)}$, не погіршивши показників $g^{(2)}$. Таким чином, жоден менеджер або ОПР ніколи в такій ситуації не вибере також альтернативу E як найкращу. Зумовлено це саме тією обставиною, що альтернатива E не є оптимальною за Парето.

2. Оптимізація основного приватного критерію

За такого підходу серед приватних критеріїв виділяється один, який застосовується як основний або винятково важливий: на його основі будуть реалізовані процедури оптимізації. Решта приватних критеріїв будуть враховані так. У форматі їх показників ОПР вказує гранично допустимі значення (враховується наявний досвід справи). Нехай критерій $g^{(1)}(\vec{x})$ є основним. Тоді вихідна задача багатокритеріальної оптимізації (всі приватні критерії мінімізуються) у форматі розглянутого тут підходу зводиться до однокритеріальної задачі таким чином:

$$g^{(1)}(\vec{x}) \to \min$$

за обмежень $g(k)(\vec{x}) \le gk$, $k=\overline{2,N}$, $\vec{x} \in X$, де gk – задаються ОПР гранично допустимі значення для показників приватних критеріїв (крім основного).

Замість вихідної багатокритеріальної задачі оптимізації у форматі підходу, званого «метод оптимізації основного приватного критерію», вирішується скалярна задача оптимізації однієї функції (основного приватного критерію). При цьому система обмежень модифікується з урахуванням усіх інших приватних критеріїв. Якщо знайдене мінімальне значення досягається за двох або більше альтернативних рішень, то потрібна перевірка обраного рішення на оптимальність за Парето [4].

Процедури критерію у форматі дискретної множини альтернатив. Якщо менеджер використовує табличне представлення оцінок приватних критеріїв, то процедури методу оптимізації основного приватного критерію будуть наступними [5].

1) спочатку необхідно забезпечити виконання необхідної системи обмежень (уважаємо, що основним приватним критерієм є $g^{(1)}(\vec{x})$):

$$g^{(k)}(\vec{x}) \le g_k,\ k=\overline{2,N},\ \vec{x} \in X.$$

Для цього проглядаються всі оцінки окремих критеріїв $g^{(k)}(\vec{x})$, $k=\overline{2,N}$ (які не є основним). Вони будуть представлені в стовпцях таблиці за відповідними приватними критеріями. Якщо в стовпці, який відповідає приватному критерію $g^{(k)}$, знайдеться елемент, що перевершує гранично допустимі втрати g_k, то така альтернатива далі не розглядається (вона викреслюється з множини допустимих альтернативних рішень). Реалізація зазначених процедур для всієї множини критеріїв $g^{(k)}$, $k=\overline{2,N}$ забезпечить виконання необхідної системи обмежень;

2) потім серед допустимих альтернатив перебуває найкраща за основним приватним критерієм $g^{(1)}(\vec{x})$. Вона визначається за найменшим показником серед решти елементів у тому стовпці, який відповідає приватному критерію $g^{(1)}(\vec{x})$.

Приклад. Для демонстрації візьмемо дані з таблиці 1. Аналізується ситуація, пов'язана з моделюванням роботи ланки ланцюга постачань, коли потрібно вибрати найкращий варіант організації поставок товару із семи доступних і можливих варіантів A, B, C, D, E, F і G. Множину приватних критеріїв задано чотирма критеріями. Приватні критерії мінімізуються.

Із попередньої частини ми вже знаємо що в розглянутому прикладі альтернативи A, B, C, F і G є оптимальними за Парето. Знайдемо серед них найкраще рішення за методом оптимізації основного приватного критерію. Спростимо таблицю 1, видаливши альтернативи D і E (й оптимальні за Парето). Результат представлено в таблиці 2.

Нехай основним приватним критерієм буде критерій $g^{(1)}$. Для решти трьох приватних критеріїв ОПР задає такі обмеження: $g^{(2)} \le 35$, $g^{(3)} \le 150$, $g^{(4)} \le 30$. Тобто в такому разі $g_2 = 35$, $g_3 = 150$ і $g_4 = 30$. Задачу багатокритеріальної оптимізації буде перетворено до вигляду:

Таблиця 2

Значення приватних критеріїв для альтернатив оптимальних за Парето

Альтернативні рішення	Значення приватних критеріїв			
	$g^{(1)}$	$g^{(2)}$	$g^{(3)}$	$g^{(4)}$
A	45	27	159	29
B	40	34	148	28
C	42	35	126	24
F	43	32	147	27
G	42	36	122	25

$$g^{(1)}(\vec{x}) \rightarrow \min$$

за обмежень $g^{(2)}(\vec{x}) \leq 35$; $g^{(3)}(\vec{x}) \leq 150$; $g^{(4)}(\vec{x}) \leq 30$; $\vec{x} \in \{A, B, C, F, G\}$.

Для знаходження оптимального рішення спочатку забезпечимо виконання необхідної системи обмежень: видаляємо альтернативи A і G. Альтернатива A не може бути розглянута, тому не задовольняє обмеженням за приватним критерієм $g^{(3)}$. Альтернатива G не може бути розглянута, тому не задовольняє обмеженням за приватним критерієм $g^{(2)}$. Отримуємо нову таблицю 3.

Таблиця 3

Спрощена таблиця альтернатив

Альтернативні рішення	Значення приватних критеріїв			
	$g^{(1)}$	$g^{(2)}$	$g^{(3)}$	$g^{(4)}$
B	40	34	148	28
C	42	35	126	24
F	43	32	147	27

Тепер згідно з процедурами розглянутого методу оптимізації у форматі множини допустимих альтернативних рішень перебуває найкраща альтернатива за основним приватним критерієм $g^{(1)}(\vec{x})$. Вона визначається за найменшим показником серед решти елементів у першому стовпчику (цей стовпець відповідає показникам основного приватного критерію $g^{(1)}$). Легко бачити, що вибір потрапляє на альтернативу B. Вона і буде прийнята як оптимальна (тобто як оптимальне рішення) в межах методу оптимізації за основним приватним критерієм.

3. Метод згортки критеріїв

Нехай потрібно ухвалити нове рішення, вибравши один із можливих варіантів як оптимальний, при цьому є кілька критеріїв ефективності рішення. У попередніх пунктах було розглянуто простий спосіб скорочення кількості кандидатів на статус оптимального рішення – виділення так званої «множини Парето». Таким чином, не завжди можна усунути всі варіанти, крім одного. Цього не можна зробити, коли якийсь Парето-оптимальний варіант випереджає іншого за одним критерієм, програючи за іншими. Один із підходів до багатокритеріальних задач ухвалення рішень – так звана «згортка за критеріями». Крім оцінки варіантів за кожним із критеріїв, вона вимагає знання про пріоритети критеріїв.

Нехай є n критеріїв, при цьому для варіанта x оцінки за критеріями такі [6]:

$$0 \leq f_i(x) \leq 1, i = 1 \ldots n$$

Якщо за i-м критерієм x – бездоганний варіант (якщо інші варіанти вибору не кращі його за цим критерієм), то оцінка = 1, якщо найгірший – 0.

Пріоритети критеріїв такі:

$$0 < p_i < 1, i = 1 \ldots n;\ p_1 + \cdots + p_n = 1$$

Їх називають вагами критеріїв. Пріоритети однакові для всіх варіантів вибору. Пріоритет може бути рівним нулю або одиниці, але це не є бажаним (якщо одиниця, то буде єдиний критерій, а не кілька; якщо нуль, то критерій не грає жодної ролі).

Оператор згортки критеріїв для варіанта x має вигляд:

$$w(x) = g(f_1(x), \ldots, f_n(x), p_1, \ldots, p_n)$$

Нормування критеріїв. Оцінки за різними критеріями можуть мати різні шкали (наприклад температура, швидкість). Крім того, можуть бути схожі одиниці виміру, але занадто різні розміри. Щоб уникати таких випадків, оцінки за критеріями роблять безрозмірними і ставлять так, щоб вони приймали значення від 0 до 1.

Один зі способів нормування за еталоном:

$$f = \frac{f_{виміру}}{f_{еталон}}$$

Іноді не можна сказати, що таке ідеальний варіант за цим критерієм. Наприклад, потрібно вибрати технологію виробництва деталей. Краща з відомих дає продуктивність 30 дет/год., при цьому не є відомим те, наскільки велика гранично можлива продуктивність у виробництві. Або ідеал відомий, але недосяжний.

Якщо краща з точки зору критерію оцінка за критерієм становить f_{max}, у найгіршого – f_{min}, то нормування для $f_{вим}$ виконується так [7]:

$$f = \frac{f_{виміру} - f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}}$$

Якщо потрібна мінімізація, то:

$$f = \frac{f_{\max} - f_{виміру}}{f_{\max} - f_{\min}}$$

Приклад. Для ілюстрації розглянемо ситуацію, коли необхідно вибрати один найкращий

Таблиця 4

Вибір найкращого рішення за критерієм мультиплікативної згортки

Рішення	Значення приватних критеріїв				Показник критерію вибору
	$g^{(1)}$ c1 =0,5	$g^{(2)}$ c1 =0,15	$g^{(3)}$ c1 =0,15	$g^{(4)}$ c1 =0,2	Сума оцінок
A	45(1)	27(0)	159(0,75)	29(1)	1·0,5+0·0,15+0,75·0,15+1·0,2=**0,8125**
B	40(0)	34(0,875)	148(0,5)	28(0,8)	0,5·0+0,15·0,875+0,5·0,15+0,2·0,8=0,36625
C	42(0,4)	35(1)	126(0)	24(0)	0,4·0,5+1·0,15+0·0,15+0·0,2=0,35
D	41(0,2)	34(0,875)	170(1)	28(0,8)	0,2·0,5+0,15·0,875+1·0,15+0,2·0,8=0,54125

варіант із чотирьох допустимих альтернативних (A, B, C, D). Множину приватних критеріїв задано чотирма критеріями. Оцінки вже нормованих приватних критеріїв наведено в таблиці 4. Провідні параметри у форматі процедур критерію вибору ОПР задає такий спосіб: $c_1 = 0,5$; $c_1 = 0,15$; $c_1 = 0,15$; $c_1 = 0,2$. Для зручностей ілюстрації процедур вибору ці параметри наведено в таблиці 1.4 (у комірках із найменуванням приватного критерію). Потрібно знайти найкращу альтернативу за критерієм мультиплікативної згортки.

До таблиці з оцінками приватних критеріїв приписуємо додатковий стовпець (така процедура вже формалізована в таблиці 4. Це останній стовпець). У цей стовпець записуємо нормовані значення помножені на ваги та сумуємо їх. Найбільше значення і буде оптимальним. Воно дорівнює 0,8125 (виділений у таблиці жирним шрифтом) і відповідає альтернативі A (за рядком матриці). Таким чином, у розглянутому випадку альтернатива A і приймається як оптимальна для організації відповідних поставок сировини стосовно до аналізованого ланці ланцюга постачань у межах розглянутого підходу до вирішення багатокритеріальної задачі оптимізації.

Висновки. Провівши аналіз методів багатокритеріальної оптимізації, було виявлено, що найкращим може бути метод за критерієм мультиплікативної згортки, оскільки за його допомогою можна найгнучкіше виставляти оцінки критеріям. Проте не виключеним є використання кілька методів одночасно.

Такого методу буде на перший час достатньо для дослідження в цій предметній сфері, проте згодом будуть включені для дослідження й інші, такі як метод Гурвіца, послідовних поступок та ідеальної точки.

Список літератури:

1. Теорія вибору і прийняття рішень / Макаров І.М. та ін. Москва : Наука, 1982.
2. Ногін В.Д., Протодьяконов І.О., Євлампія І.І. Основи теорії оптимізації. Москва : Вища школа, 1986.
3. Подиновский В.В., Ногін В.Д. Парето-оптимальні рішення багатокритеріальних задач. Москва : Наука, 1982. 256 с.
4. Штойер Р. Багатокритеріальна оптимізація. Теорія, обчислення, і додатки Москва : Радио и связь, 1992. 504 с.
5. Бродецький Г.Л. Методи оптимізації багатокритеріальних рішень в логістиці. Москва, 2009. с.
6. Міркін Б.Г. Проблема групового вибору. Москва : Наука, 1974. 256 с.
7. Пужай А.В. Керувальницькі рішення. Санкт-Петербург : МБІ, 2004. 152 с.

Ivchenko R.A., Kupin A.I. RESEARCH OF MULTICRITERIA OPTIMIZATION METHODS FOR SELECTION OF EQUIPMENT OR PARTS IN PRODUCTION

Practical tasks of systems analysis in logistics are often correlated with situations where to find the optimal solution we need to take into account a number of goals, conditions or criteria, in particular, possibly contradictory (for example, if you want to maximize profitability, quality, reliability, etc. while minimizing costs, expenses, etc.). In this case, usually mentioned about the problem of multicriteria or vector optimization. Note that these optimization problems have such feature. Every decision-maker can have his/her own business experience, their own system of benefits, their own attitude to possible losses / gains within private criteria. Therefore, determining in the format of the same problem of multi-criteria optimization of the logistics system or supply chain link the best or optimal solution, various decision-makers may choose as optimal alternatives completely different solutions. There is no contradiction in this, because each market participant can and should be able to implement its own attitude to the specifics of the problem of multicriteria optimization and, in particular, to realize their preferences in the format of such tasks.

When solving the relevant tasks of management in supply chains have to deal with situations where finding the optimal solution within, for example, the analyzed supply chain of equipment is complicated by the need to simultaneously optimize a number of indicators or criteria.

It is revealed that some methods of multicriteria optimization lead to different results which are followed by the choice of equipment. In this case, the method by the criterion of multiplicative convolution gives the minimal difference between the experimental and model values of the selected optimization criteria. With this method, we can most flexibly evaluate the criteria. The results of the work probably will be implemented for creation an expert system that will be used for predictive analysis of fault detection and optimization of the choice of equipment or parts in production.

Key words: *decision-maker, multicriteria optimization, logistics, manager, equipment, evaluation, criterion.*